

文章编号: 1000-8055(2010)12-2716-05

CFD 中数值耗散和延伸边界对声传播的影响

赵 磊, 乔渭阳

(西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072)

摘 要: 对已知色散关系的正弦波在二维管道中的传播使用有限体积法进行计算, 结果表明二阶精度下每波长 40 个左右的网格点能够有效地保留声波. 在计算域外增加稀疏网格延伸段能够对边界反射起到抑制作用, 为以较小的计算量增加实现较好的反射抑制效果, 研究给出了延伸段长度和网格轴向尺寸的推荐公式.

关 键 词: 叶轮机噪声; 数值耗散; 边界反射; 延伸网格; 计算流体动力学

中图分类号: V235.13

文献标识码: A

Effect of numerical dissipation and extended-grid on sound propagation in computational fluid dynamics

ZHAO Lei, QIAO Wei-yang

(School of Power and Energy,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A sinusoidal acoustic wave with known dispersion-relation was propagated through a two-dimensional duct using a finite-volume scheme, showing that a rough estimate of around 40 points per wavelength under second order accuracy was sufficient to preserve the wave. Adding an extended coarse grid out of the computational region could reduce the unwanted boundary reflection. A guideline of the extended-grid's length and axial size for the good effect of absorbing the boundary reflection with less computation was provided.

Key words: turbomachinery noise; numerical dissipation; boundary reflection; extended-grid; computational fluid dynamics (CFD)

叶轮机噪声是航空发动机的重要声源^[1-2], 它是一个包含强烈方向性的复杂过程, 是由于非定常的进气湍流自由流以及上游叶排尾迹在叶片上产生的表面压力扰动, 在旋转的动叶和静止的导叶上形成的. 另外, 由于激波的存在超声的叶尖速度还会产生额外的噪声. 本质上来说叶轮机噪声是一个非线性的、复杂的气动声学问题. 为了估计远场的辐射声能, 必须知道发动机内部到近场的非线性过程生成的声能. 对于叶轮机近场发展一般可适用的解析方法是非常困难的, 基于线化欧拉方程的 CAA (computational aeroacoustics) 方

法也不适用, 这样 CFD (computational fluid dynamics) 数值模拟方法成为合适的研究手段.

由于数值耗散的存在, 为了使流场结果有足够的分辨力从数值误差中识别出波动解, 单位波长上必须包含大量的网格点, 这样对网格尺度与耗散误差关系的研究对于评估计算误差和节约计算资源就显得非常重要. 本文利用时间依赖的有限体积法计算一个已知色散关系的正弦波在二维管道中的传播, 对该 CFD 软件计算声源的网格要求进行了 2-D (two-dimensional) 数值实验, 研究了声场计算的振幅衰减误差与网格密度关系.

收稿日期: 2009-11-16; 修订日期: 2010-05-12

作者简介: 赵磊 (1984—), 男, 山西汾阳人, 博士生, 主要从事叶轮机气动声学一体化设计研究.

无反射的边界处理对高精度的气动声学模拟非常重要. 无反射边界条件^[3-6]是常用的处理方法, 但是实际中对多维问题, 现在的无反射边界条件都无法做到完美的吸收效果. 另一个简单而实用的方法是在计算域外增加一个延伸区域, 利用计算声波传播时, 稀疏网格会造成其幅值衰减的机理, 经过有限长的稀疏网格延伸区域来降低边界反射, 这种方法不会受到研究问题维数的限制, 而且与无反射边界条件一起使用会实现比较理想的效果. 国外学者在数值模拟噪声的应用中已经广泛使用了这种方法^[7-9], 但是对这种方法对各种波的反射抑制效果并没有进行研究. 本文通过二维声波的数值模拟研究, 给出了最优网格尺度与延伸段长度的推荐公式.

1 声源计算对流场网格的需求分析

1.1 CFD 数值算法

本文的数值计算采用商用 CFD 软件进行, 该软件使用有限体积法求解广义坐标下的雷诺平均 Navier-Stokes(N-S) 方程. 空间离散采用了二阶中心差分格式, 非定常计算的时间推进格式为基于双时间步长法的隐式格式, 时间离散为二阶向后欧拉差分格式.

1.2 计算网格与输入输出

2-D 数值实验的目的是为了考察不同网格尺度下计算不同波长频率的声波传播的能力. 为了减少计算量, 无量纲化研究参数, 在同一网格尺度下对不同类型的波进行了研究. 表 1 给出了计算条件和参数设置.

表 1 2-D 数值实验计算条件

Table 1 Computational conditions of 2-D test

	参数	默认值	计算范围
CFD 程序	雷诺数 $Re/10^6$	1	
设置参数	精度选项	2 阶	
网格设计	单元格长宽比 $\Delta x/\Delta y$	1.0	
	偏斜角 $\alpha/(^{\circ})$	0	
	平均流马赫数 $\overline{Ma}$	0.4	
流动依赖 参数设置	单位周向波长 点数 N_{θ}	20	5, 10, 20, 40, 80, 160
	截止率 ξ	1.1	1.1, 1.5, 3.0, 5.0

表 1 中单位周向波长点数 N_{θ} 与截止率 ξ 定义如下:

$$N_{\theta} = \frac{2\pi}{k_y \Delta y} \quad (1)$$

$$\xi = \frac{\omega}{ck_y \sqrt{1 - Ma^2}} \quad (2)$$

图 1 为计算网格示意图, 其中气流方向从左向右. 计算域的网格尺度来源于典型的发动机风扇气动 CFD 数值计算的尺寸, $\Delta y = 2.5 \text{ mm}$, 网格长宽比保持 1. 流场计算条件为主流静温 288 K, 主流静压 101 kPa. 在边界上施加的压力扰动波在 y 方向是正弦的, 其幅值应该充分小, 反映的是声学量级, 以便非线性影响能够被忽略(这里取 130 dB SPL(sound pressure level)量级), 峰值压力变化为 $\tilde{p} = 89 \text{ Pa}$, 输入波的复数形式为

$$p = \tilde{p} \exp(i\omega t - ik_y y) \quad (3)$$

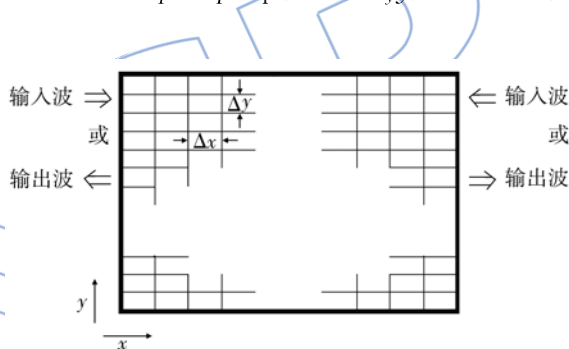


图 1 计算网格示意图

Fig. 1 Schematic of 2-D test grid

计算时上下采用周期性边界, 加入扰动源的进/出口条件通过给定 x 方向、 y 方向的速度来确定, 公式如下:

$$u_x = \left[\frac{1}{\frac{\omega}{k_x c} - \overline{Ma}} \right] \frac{\tilde{p}}{\rho c} \quad (4)$$

$$u_y = \frac{k_y}{k_x} u_x \quad (5)$$

这里 k_x 是定义波解析传播特性的轴向波数. x^- 与 y^- 方向波数的比由截止率定义为 $\frac{k_x}{k_y} = \frac{-\overline{Ma}\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}}{\sqrt{1 - \overline{Ma}^2}}$, 正负号取决于波的传播方向.

对截通频率, 正根表示顺流传播, 负根表示逆流传播, 对截止频率则相反. 未加扰动的进/出口边界给定总压(逆流传播时的进口边界)或平均静压(顺流传播时的出口边界).

时间周期为

$$t_{2\pi} = \frac{N_\theta \Delta y}{\xi \sqrt{1 - Ma^2}} \quad (6)$$

非定常计算中选择时间方向每周期点数,也就是 $N_t = \frac{t_{2\pi}}{\Delta t}$, 为常数 40. 从早期的文献研究中发现这个数值能够给出较小的整体误差^[10].

1.3 后处理及结果

用一个通用的公式描述单位“真实”波长振幅或相位误差随每波长点数的变化,对于内流涡轮机应用来说最合适的就是轴向方向的耗散误差. 在这里误差在轴向方向上以单位距离 λ 来计算, λ 是垂直于波前的“真实”波长(不是轴向波长,因为它对轴向阵列波将给出无意义的值), λ 可以从 CFD 结果中得到. 把两个方向上的单位波长点数减少到一个值,用如下的“平均”单位波长点数 N_w 表示:

$$\frac{1}{N_w} = \frac{1}{N_{wx}^2} + \frac{1}{N_{wy}^2} \quad (7)$$

式中 N_{wx} 和 N_{wy} 分别表示轴向和周向单位波长的点数.

截通声波(无耗散下)沿轴向以定振幅传播. 这样任何随轴向距离的振幅变化都能被认为是由于耗散引起的. 考虑到声波由于黏性影响的真实耗散可能很小,因此所有的耗散都被认为是数值误差引起的. 对截止声波,在轴向方向有个自然的衰减,误差就是计算的衰减率与理论上轴向波数虚部给出的比率之间的差值.

2-D 计算结果的后处理采用 Willson 和 Efraimsson 等提出的波分裂方法(wave splitting method)^[11-12],这个方法能够滤除边界上的虚假反射. 得到截通模态振幅误差 $\Delta\epsilon$ 和单位“真实”波长点数 N_w 的关系之后,对 $N_w = 5$ 和 $N_w = 50$ 之间的数据进行最小二乘拟合,给出的拟合直线和拟合系数就能够作为三维计算网格要求的参照.

图 2 结果中可以看出网格尺度越大,数值耗散引起的振幅衰减越强,同时顺流传播波比逆流传播波对网格的依赖性要小. 在初步的三维应用实践中发现,二阶计算精度下,通常只要满足所关心的单位波长范围内包含 40 个左右的网格点,就能满足计算精度的要求.

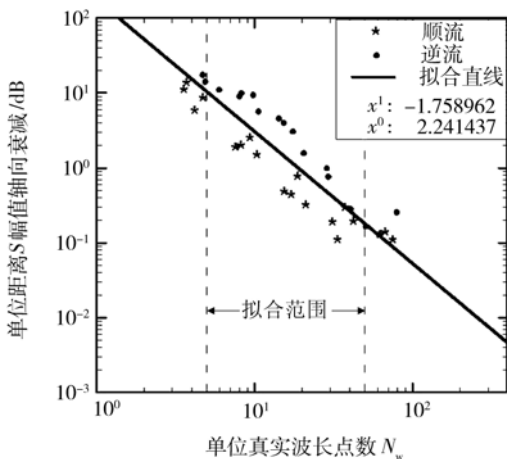


图 2 二维数值研究 CFD 程序的振幅衰减

Fig. 2 2-D test case's amplitude decay for CFD code

2 延伸稀疏网格方法对边界反射抑制的研究

通过在计算域外增加一个稀疏网格延伸区域能够有效抑制边界反射的影响,如图 3 所示的两种不同网格下数值计算结果的比较,可以看到这种方法对边界反射有明显的抑制效果.

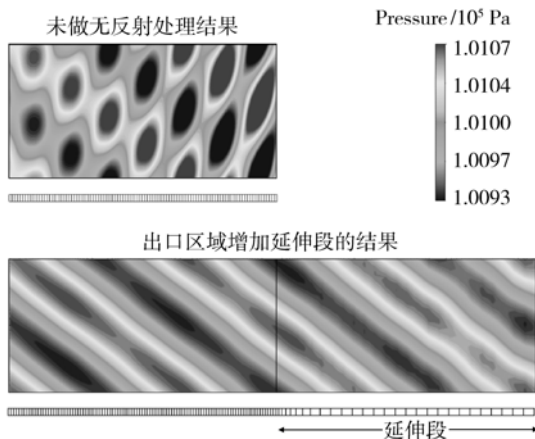


图 3 延伸稀疏网格方法对边界反射的影响

Fig. 3 Effect of extended-grid for boundary reflection

增加的延伸段网格要求轴向尺寸足够大,根据之前的结论,由于数值耗散扰动波的振幅会在延伸段急剧衰减,到达边界时其扰动幅值已经很小了,同时由边界反射回计算域的扰动波再次经过延伸段到达物理计算域时反射扰动波幅值进一步降低,在回到物理计算域时边界虚假反射波的幅值较原始波已经降低了几个量级,这样就实现了对边界反射的抑制.

2.1 计算网格及后处理

图 4 为延伸稀疏网格方法的网格结构(声波从左向右顺流传播时),其中网格 N_1 为物理计算域(长宽比为 1),延伸段包含两部分:比例伸长段 N_2 和等网格段 N_3 ,延伸段总长记为 L_s . 研究发现延伸段网格的长度 L_s 和等网格段 N_3 的轴向网格大小 Δx 对边界反射的抑制效果有很大的影响. 左边界为加入扰动的速度条件,右边界不采用任何的无反射边界条件,给定平均静压,这样对波的反射抑制完全依赖于网格变化.

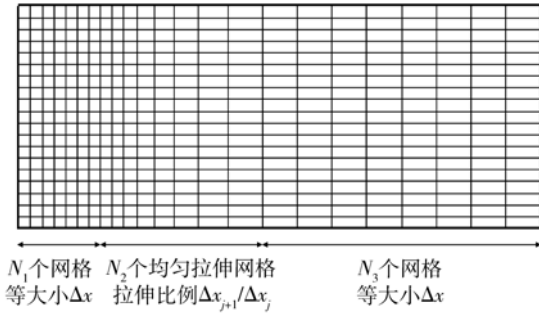


图 4 延伸稀疏网格方法的网格结构示意图

Fig. 4 Schematic of extended-grid case

考虑到网格尺度对声波传播的影响,对不同类型的波物理计算域使用不同的网格大小,保证各种情况下 $N_w = 40$ 左右,延伸段拉伸比例初步选择为 1.2. 计算考察了三种波形的情况,其周向波长为 $\lambda_y = 0.1$ m,截止率 ξ 分别为 1.1, 1.5, 3.0.

图 5 给出了对各个轴向位置的 CFD 结果进行时间傅里叶变换和周向傅里叶变换后得到各个轴向位置的波动幅值大小. 图中解析结果表示没有数值耗散情况下的波传播特性,其幅值为进口速度边界条件对应的扰动声压级,由于公式(4)和(5)的线性假设与求解方程的差异以及数值误差的关系,造成了数值解较其解析结果略低. 从图中看到由于边界反射的影响,波幅沿轴向波动而非线性,这个波动的幅值大小直接反映了边界反射的强度且与流场压力云图形状有直观的联系,这里将其在物理计算域内的最大值作为反射抑制效果的评价标准,记为 $\Delta p_{\text{spl-cfd}}$. 用“真实”波长 λ 对延伸段长度 L_s 和轴向网格大小 Δx 无量纲化,记为

$$N_x = \frac{\lambda}{\Delta x} \quad (8)$$

$$N_L = \frac{L_s}{\lambda} \quad (9)$$

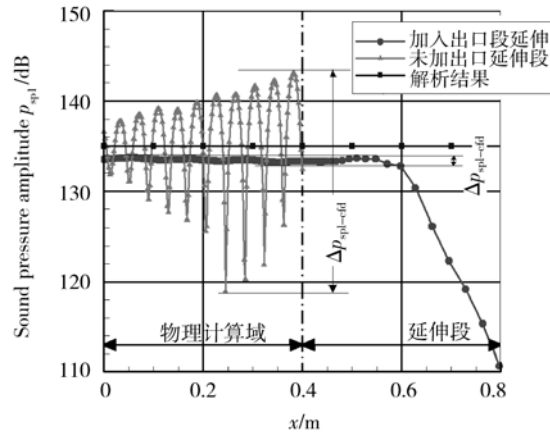


图 5 波幅声压级沿轴向的发展

Fig. 5 Variation of sound pressure amplitude along x -axis

2.2 结果及分析

图 6 中结果可以看出,在确定的延伸段网格尺度下,随着延伸段长度 L_s 的增加,对边界反射的抑制效果迅速增强,但是当 L_s 增加到一定程度后,继续增加 L_s 反射抑制效果趋于平稳,所以选择合适的 N_L 和 N_x 组合可以在较少的计算量增加下实现较好的边界反射抑制效果. 取不同 N_x 下最小 $\Delta p_{\text{spl-cfd}}$ 的最大值加 0.05 dB 做一条直线(图 6 中黑线),到达这条线下的第一个点就认为是最优的 N_L 和 N_x 组合,同一截止率下 N_L/N_x 近似为一常数,关联这个常数与截止率后,可以得到

$$\frac{4 N_L \sqrt[4]{\xi}}{N_x} \approx 1.0 \quad (10)$$

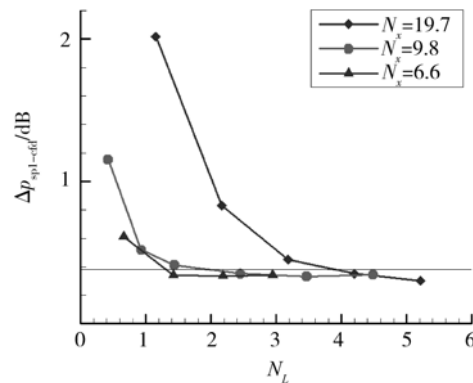


图 6 $\lambda_y = 0.1$ m, $\xi = 1.5$ 状态不同 N_L 和 N_x 组合的边界反射抑制效果

Fig. 6 Effect of N_L and N_x for boundary reflection with $\lambda_y = 0.1$ m, $\xi = 1.5$

同时,研究也发现截止率越接近 1 的边界反射越强烈,抑制效果越差.综合考虑之后,推荐 $N_x = 5 \sim 10$ (或 4~8 倍物理计算域轴向网格大小)作为延伸段的轴向网格大小.

按照式(10)给出的延伸段长度和网格尺寸,对不同延伸比例的研究结果表明比例为 1.2 时反射抑制效果最好(见图 7).

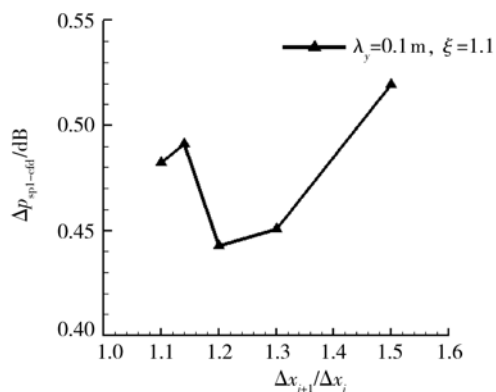


图 7 $\lambda_y = 0.1 \text{ m}$, $\xi = 1.1$ 状态不同延伸比例的反射抑制效果

Fig. 7 Effect of extended-ratio for boundary reflection with $\lambda_y = 0.1 \text{ m}$, $\xi = 1.1$

3 结论与展望

1) 用 CFD 计算声源域必须满足一定的网格密度要求才能保证结果有较小的误差,对本文采用的 CFD 程序,二阶计算精度下单位波长 40 个网格点能够较好地保留波信息.

2) 计算域外延伸一段稀疏网格能够对边界反射起到一定程度的抑制效果,公式(10)给出了二阶计算精度下其延伸段长度和轴向网格尺寸的优化关系,能够在较少的网点数下实现较好的抑制反射效果,推荐延伸段长宽比 1.2 和轴向网格大小 $N_x = 5 \sim 10$.

3) 本文给出的结论对于不同 CFD 软件及计算精度,需要根据软件计算声波传播的能力做相应的调整.

参考文献:

- [1] 唐狄毅,李文兰,乔渭阳. 飞机噪声基础[M]. 西安:西北工业大学出版社,1995.
- [2] Goldstein M E. Aeroacoustics[M]. New York: McGraw-Hill, 1976.
- [3] Ta'asan S, Nark D M. An absorbing buffer zone technique for acoustic wave propagation [R]. AIAA-1995-0164, 1995.
- [4] 王泽晖,罗柏华,刘宇陆. 关于气动声学数值计算的方法与进展[J]. 力学季刊, 2003, 24(2): 219-226.
WANG Zehui, LUO Baihua, LIU Yulu. Numerical methods and advances for aeroacoustics[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2003, 24(2): 219-226. (in Chinese)
- [5] Giles M. Non-reflecting boundary conditions for the Euler equations[R]. AIAA-1989-1942, 1989.
- [6] Hu F Q. Absorbing boundary conditions[J]. International Journal of Computational Fluid Dynamics, 2004, 18(6): 513-522.
- [7] Rumsy C L, Biedron R T, Farassat F. Ducted-fan engine acoustic predictions using a Navier-Stokes code[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 213(4): 643-664.
- [8] Christian W, Sebastien G, Graham A. CFD-CAA coupling applied to DLR UHBR-fan: comparison to experimental data[R]. Miami Florida, 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2009.
- [9] Van Zante D, Envia E. Simulation of turbine tone noise generation using a turbomachinery aerodynamics solver [R]. AIAA-2009-3282, 2009.
- [10] Jensen K, Efraimsson G. Aeroengine fan-noise resolution requirements in computational fluid dynamics [R]. The Swedish Defence Research Agency, FOI-R-0330-SE, ISSN 1650-1942, 2001.
- [11] Wilson A G. A method for deriving tone noise information from CFD calculations on the aeroengine fan stage[R]. Manchester, UK: NATO RTO-AVT Symposium on Developments in Computational Aero- and Hydro-Acoustics, 2001.
- [12] Efraimsson G, Biela C. Analysis of aeroacoustic wave propagation simulations using a higher-order accurate method [R]. AIAA-2006-2471, 2006.